КОНТРОЛЬНА РОБОТА

з дисципліни «Статистика»

Розв’язання задач на даних Державної служби статистики України (регіони України, ринок праці, демографія, заробітна плата)

Виконав(ла):
студент(ка) групи _____
_____

Перевірив(ла):
_____

2026

ЗАДАЧА 1. ВІДНОСНІ ВЕЛИЧИНИ

Умова. За даними про чисельність наявного населення на 1 січня 2021 і 2022 рр. та наявний дохід населення у 2021 р. по Україні, м. Києву і чотирьох найбільших за населенням областях (крім Донецької: її наявний дохід охоплює лише підконтрольну територію, а чисельність – усю область) визначити відносні величини структури, інтенсивності, порівняння і координації. Зробити висновки.

Дано (табл. 1.1).

Таблиця 1.1

Вихідні дані

Регіон	Населення на 01.01.2021, осіб	Населення на 01.01.2022, осіб	Наявний дохід 2021 р., млн грн
м. Київ	2 962 180	2 952 301	625 812
Дніпропетровська обл.	3 142 035	3 096 485	335 854
Харківська обл.	2 633 834	2 598 961	232 502
Одеська обл.	2 368 107	2 351 392	219 460
Львівська обл.	2 497 750	2 478 133	211 961
Україна	41 588 354	41 167 335	3 559 139

Джерело: Регіони України 2021 [4, ч. 1, табл. 2.1, 5.1.3]

Розв'язання. Наявний дохід є інтервальним показником за рік, тому його співвідносимо із середньорічною чисельністю населення, яку знаходимо як середню з чисельності на початок і кінець року:

$$\bar{S} = \frac{S_{01.01.2021} + S_{01.01.2022}}{2} \tag{1.1}$$

Середньорічна чисельність населення України:

$$\bar{S} = (41\,588\,354 + 41\,167\,335) / 2 = 41\,377\,844{,}5 \text{ особи}$$

Відносні величини структури (частка регіону в населенні й доходах країни), інтенсивності (дохід на одну особу) і порівняння (з середнім по Україні) знаходимо за формулами:

$$d_i = \frac{X_i}{X_{\text{УКР}}} \cdot 100, \quad \text{ВІ}_i = \frac{D_i}{\bar{S}_i}, \quad \text{ВП}_i = \frac{\text{ВІ}_i}{\text{ВІ}_{\text{УКР}}} \cdot 100 \tag{1.2}$$

де X_i – населення або дохід регіону; D_i – наявний дохід, грн; $\bar{S}_i$ – середньорічна чисельність населення.

Приклад розрахунку для м. Києва:

$$d_{\text{нас}} = 2\,957\,240{,}5 / 41\,377\,844{,}5 \cdot 100 = 7{,}15\,\%$$

$$d_{\text{дох}} = 625\,812 / 3\,559\,139 \cdot 100 = 17{,}58\,\%$$

$$\text{ВІ} = 625\,812 \cdot 10^6 / 2\,957\,240{,}5 = 211\,620 \text{ грн}$$

$$\text{ВП} = 211\,620 / 86\,016 \cdot 100 = 246{,}0\,\%$$

Результати для всіх регіонів наведено в таблиці 1.2.

Таблиця 1.2

Відносні величини структури, інтенсивності і порівняння

Регіон	Частка в населенні, %	Частка в доходах, %	Дохід на особу, грн (розрах.)	Дохід на особу, грн (Держстат)	До рівня України, %
м. Київ	7,15	17,58	211 620	211 620	246,0
Дніпропетровська обл.	7,54	9,44	107 671	107 671	125,2
Харківська обл.	6,32	6,53	88 863	88 863	103,3
Одеська обл.	5,70	6,17	93 001	93 001	108,1
Львівська обл.	6,01	5,96	85 195	85 195	99,0
Разом п’ять регіонів	32,72	45,67	–	–	–
Україна	100,00	100,00	86 016	86 016	100,0

Джерело: розраховано автором

Розраховані доходи на особу збігаються з опублікованими Держстатом до гривні, тобто середньорічну чисельність визначено правильно. Відносна величина координації: на 100 грн доходів решти країни припадає 84,1 грн доходів п’яти регіонів:

$$\text{ВК} = \frac{D_{5\text{ рег}}}{D_{\text{УКР}} - D_{5\text{ рег}}} \cdot 100 = \frac{1\,625\,589}{3\,559\,139 - 1\,625\,589} \cdot 100 = 84{,}1 \qquad (1.3)$$

Висновок. П’ять регіонів мають 32,7 % населення країни і 45,7 % її наявного доходу. Найбільша диспропорція в м. Києві: 7,15 % населення отримує 17,58 % доходу, дохід на особу становить 246 % середнього по Україні і в 2,5 раза перевищує львівський. Львівська область (99,0 %) і Харківська (103,3 %) близькі до середнього рівня країни.

ЗАДАЧА 2. СЕРЕДНІ ВЕЛИЧИНИ ТА ПОКАЗНИКИ ВАРІАЦІЇ

Умова. За розподілом робочої сили м. Києва за віковими групами у 2021 р. визначити середній вік, моду, медіану, дисперсію, середнє квадратичне відхилення і коефіцієнт варіації. Порівняти з Україною в цілому і зробити висновки.

Розв'язання. Інтервали мають різну ширину (5, 10 і 11 років), тому модальний інтервал визначаємо за щільністю розподілу f/i. Межі задано в повних роках (група 15–24 = від 15 до 25 років); для відкритої групи «71 і старше» ширину взято такою самою, як у сусідньої групи 60–70 (11 років). Формули середньої, моди і медіани інтервального ряду взято з [1], розрахунки наведено в таблиці 2.1 (x – середина інтервалу, S – накопичена частота).

Таблиця 2.1

Розрахункова таблиця: робоча сила м. Києва за віком, 2021 р.

Вік, років	f, тис. осіб	x	x·f	S, накоп.	f / i	$(x - \bar{x})^2 \cdot f$
15–24	65,7	20,0	1 314,00	65,7	6,57	32 654,5
25–29	153,5	27,5	4 221,25	219,2	30,70	33 595,6
30–34	207,4	32,5	6 740,50	426,6	41,48	19 894,5
35–39	241,8	37,5	9 067,50	668,4	48,36	5 557,3
40–49	415,8	45,0	18 711,00	1 084,2	41,58	3 044,5
50–59	271,2	55,0	14 916,00	1 355,4	27,12	43 782,8
60–70	86,6	65,5	5 672,30	1 442,0	7,87	46 635,5
71 і старше	10,1	76,5	772,65	1 452,1	0,92	11 817,5
Разом	1 452,1	–	61 415,20	–	–	196 982,3

Джерело: Робоча сила України 2021 [5, табл. 1.12]; розрахунки автора

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{61\,415{,}20}{1\,452{,}1} = 42{,}29 \text{ року} \tag{2.1}$$

$$Mo = x_{\text{Mo}} + i \cdot \frac{d_{\text{Mo}} - d_{\text{Mo}-1}}{(d_{\text{Mo}} - d_{\text{Mo}-1}) + (d_{\text{Mo}} - d_{\text{Mo}+1})} \tag{2.2}$$

$$Mo = 35 + 5 \cdot \frac{48{,}36 - 41{,}48}{(48{,}36 - 41{,}48) + (48{,}36 - 41{,}58)} = 37{,}52 \text{ року}$$

де d – щільність розподілу (f / i) модального, попереднього і наступного інтервалів; модальний інтервал 35–39 років має найбільшу щільність розподілу (48,36 тис. осіб на рік віку).

$$Me = x_{\text{Me}} + i \cdot \frac{\Sigma f/2 - S_{\text{Me}-1}}{f_{\text{Me}}} \quad (2.3)$$

$$Me = 40 + 10 \cdot \frac{726{,}05 - 668{,}4}{415{,}8} = 41{,}39 \text{ року}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x - \bar{x})^2 f}{\sum f} = \frac{196\,982{,}3}{1\,452{,}1} = 135{,}65 \quad (2.4)$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = 11{,}65 \text{ року}; \quad V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100 = 27{,}5\ \% \quad (2.5)$$

Для порівняння таку саму таблицю побудовано для України (частоти за тими самими групами: 1 128,9; 1 839,0; 2 459,9; 2 664,2; 4 723,3; 3 851,5; 654,8; 83,4 тис. осіб, разом 17 405,0 тис. осіб) [5, табл. 1.12]. Характеристики обох розподілів наведено в таблиці 2.2.

Таблиця 2.2

Характеристики вікового розподілу робочої сили, 2021 р.

Показник	м. Київ	Україна
Середній вік $\bar{x}$, років	42,29	41,75
Мода Mo, років	37,52	37,02
Медіана Me, років	41,39	41,29
Середнє квадратичне відхилення σ, років	11,65	11,65
Коефіцієнт варіації V, %	27,5	27,9
Частка осіб 60 років і старше, %	6,7	4,2

Джерело: розраховано автором

Висновок. Середній вік робочої сили м. Києва 42,3 року, найчастіше трапляється вік близько 37,5 року, половина робочої сили молодша за 41,4 року. Середня більша за моду ($\bar{x}$ > Me > Mo), тобто розподіл має правосторонню асиметрію. Коефіцієнт варіації 27,5 % менший за 33 %, тому сукупність однорідна і середня її добре характеризує. Робоча сила столиці в середньому на 0,5 року старша, ніж по Україні: у ній більша частка осіб віком 60 років і старше (6,7 % проти 4,2 %) і менша частка молоді 15–24 років (4,5 % проти 6,5 %); мода і медіана в обох сукупностях майже однакові.

ЗАДАЧА 3. РЯДИ ДИНАМІКИ

Умова. За даними Держстату про кількість живонароджених в Україні у 2017–2021 рр. обчислити ланцюгові та базисні абсолютні прирости, темпи зростання і приросту, абсолютне значення 1 % приросту, середні показники ряду; вирівняти ряд за лінійним трендом і зробити прогноз на 2022–2023 рр.

Дано (табл. 3.1).

Таблиця 3.1

Кількість живонароджених в Україні, осіб

Рік	2017	2018	2019	2020	2021
Живонароджені	363 987	335 874	308 817	293 457	271 983

Джерело: Регіони України 2021 [4, ч. 1, табл. 2.12]

Розв'язання. Показники динаміки (табл. 3.2) обчислено за формулами:

$$\Delta_{\text{ланц}} = y_i - y_{i-1},\ \Delta_{\text{баз}} = y_i - y_1,\ A_{1\%} = \frac{y_{i-1}}{100} \tag{3.1}$$

$$T_{\text{ланц}} = \frac{y_i}{y_{i-1}} \cdot 100,\ T_{\text{баз}} = \frac{y_i}{y_1} \cdot 100,\ T_{\text{пр}} = T - 100 \tag{3.2}$$

де y_i, y_{i-1}, y_1 – рівні поточного, попереднього і першого (2017) року; $n = 5$ – кількість рівнів ряду.

Таблиця 3.2

Показники динаміки кількості живонароджених в Україні

Рік	Кількість, осіб	Δ ланц., осіб	Δ баз., осіб	Тланц, %	Тбаз, %	Тпр ланц, %	Тпр баз, %	А1%, осіб
2017	363 987	–	–	–	–	–	–	–
2018	335 874	−28 113	−28 113	92,3	92,3	−7,7	−7,7	3 640
2019	308 817	−27 057	−55 170	91,9	84,8	−8,1	−15,2	3 359
2020	293 457	−15 360	−70 530	95,0	80,6	−5,0	−19,4	3 088
2021	271 983	−21 474	−92 004	92,7	74,7	−7,3	−25,3	2 935

Джерело: розраховано автором за табл. 3.1

Середні показники ряду:

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = 314\,823{,}6;\ \ \bar{\Delta} = \frac{y_n - y_1}{n - 1} = -23\,001 \tag{3.3}$$

$$\bar{T} = \left(\frac{y_n}{y_1}\right)^{\frac{1}{n-1}} \cdot 100 = \left(\frac{271\,983}{363\,987}\right)^{\frac{1}{4}} \cdot 100 = 93{,}0\,\% \tag{3.4}$$

Для вирівнювання [1] за лінійним трендом $\hat{y} = a + b \cdot t$ беремо відлік часу $t = -2, -1, 0, 1, 2$ ($\Sigma t = 0$). Тоді параметри методу найменших квадратів спрощуються:

$$a = \frac{\sum y}{n} = 314\,823{,}6; \quad b = \frac{\sum ty}{\sum t^2} = \frac{-226\,425}{10} = -22\,642{,}5 \qquad (3.5)$$

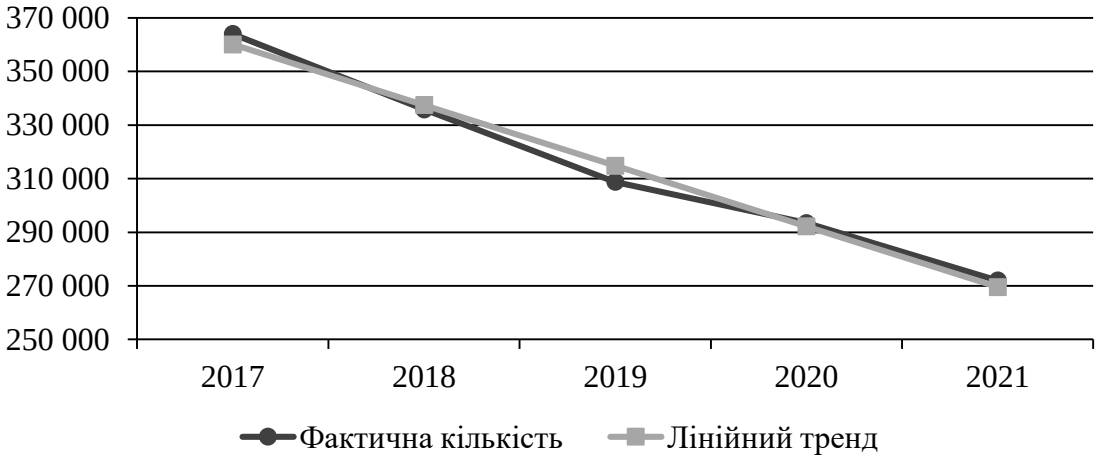

Рис. 3.1. Кількість живонароджених в Україні та лінійний тренд, осіб

Джерело: побудовано автором за табл. 3.1 і формулою (3.5)

Прогноз за трендом ($t = 3$ для 2022 р., $t = 4$ для 2023 р.) і за середнім темпом зростання:

$$\hat{y}_{2022} = 314\,823{,}6 - 22\,642{,}5 \cdot 3 = 246\,896; \quad \hat{y}_{2023} = 224\,254 \text{ особи}$$

$$y_{2022} \approx 271\,983 \cdot 0{,}92975 = 252\,875; \quad y_{2023} \approx 235\,109 \text{ осіб}$$

Висновок. За 2017–2021 рр. кількість живонароджених зменшувалася щороку, в середньому на 23 001 особу або на 7,0 % на рік; у 2021 р. народилося на 92 004 особи (25,3 %) менше, ніж у 2017 р. Обидва прогнози продовжують спад, але це лише екстраполяція тенденції мирного часу: з 2022 р. на народжуваність впливають війна і виїзд населення, тому фактичні значення можуть суттєво відрізнятися.

ЗАДАЧА 4. ІНДЕКСИ

Умова. За середньомісячною заробітною платою і середньорічною інфляцією 2021–2025 рр. (табл. 4.1) обчислити індекси номінальної і реальної

зарплати, купівельної спроможності гривні та зведені індекси за 2022–2025 рр.; перевірити розрахунок 2021 р. за офіційним індексом реальної зарплати.

Приклад і перевірка для 2021 р. (2020 р.: 11 591 грн): індекс номінальної зарплати 14 014 / 11 591 · 100 = 120,9 %, реальної 120,9 / 109,4 · 100 = 110,5 %, що збігається з офіційним індексом реальної заробітної плати Держстату за 2021 р. (110,5 %) [2]. Для 2023 і 2025 рр. розраховані індекси збігаються з оцінками приросту реальної зарплати НБУ (4,1 і 7,0 % [3]), для 2024 р. маємо 15,9 % проти 15,6 % у НБУ.

Для всіх років (табл. 4.1) застосовано ті самі формули. Індекс реальної зарплати – це індекс номінальної, поділений на індекс споживчих цін; купівельна спроможність гривні змінюється обернено до цін:

$$I_{\text{н}} = \frac{W_t}{W_{t-1}} \cdot 100, \quad I_{\text{р}} = \frac{I_{\text{н}}}{I_{\text{ц}}} \cdot 100, \quad I_{\text{кс}} = \frac{100}{I_{\text{ц}}} \cdot 100 \tag{4.1}$$

де W – середньомісячна заробітна плата, грн; $I_{\text{ц}}$ – індекс споживчих цін (100 + середньорічна інфляція), %.

Таблиця 4.1

Заробітна плата та індекси заробітної плати і цін

Рік	Зарплата, грн	Ін, %	Іц, %	Ір, %	Ікс, %
2021	14 014	120,9	109,4	110,5	91,4
2022	14 847	105,9	120,2	88,1	83,2
2023	17 442	117,5	112,9	104,1	88,6
2024	21 522	123,4	106,5	115,9	93,9
2025	25 946	120,6	112,7	107,0	88,7
2025 до 2021	–	185,1	162,9	113,7	61,4

Джерело: зарплата: Держстат [2]; інфляція: 2021–2022 рр. Світовий банк [6], 2023–2025 рр. НБУ [3]; розрахунки автора

Індекси в рядках 2021–2025 рр. наведено у відсотках до попереднього року, у рядку «2025 до 2021» – зведені індекси за чотири роки.

Зведені індекси за 2022–2025 рр. дорівнюють добутку річних індексів:

$$I_{\text{ц }25/21} = 1{,}202 \cdot 1{,}129 \cdot 1{,}065 \cdot 1{,}127 \cdot 100 = 162{,}9\ \% \tag{4.2}$$

$$I_{\text{р }25/21} = \frac{185{,}1}{162{,}9} \cdot 100 \approx 113{,}7\ \% \tag{4.3}$$

Висновок. Реальна заробітна плата знизилася лише у 2022 р. (на 11,9 %), коли інфляція сягнула 20,2 %. У 2023–2025 рр. номінальна зарплата зростала швидше за ціни, і за чотири роки реальна зарплата збільшилася на 13,7 % (у середньому на 3,3 % на рік), хоча ціни зросли на 62,9 %, а купівельна спроможність гривні зменшилася до 61,4 % рівня 2021 р.

ЗАДАЧА 5. КОРЕЛЯЦІЙНО-РЕГРЕСІЙНИЙ АНАЛІЗ

Умова. За даними областей і м. Києва за 2021 р. оцінити зв’язок між середньомісячною заробітною платою (x, грн) і наявним доходом населення на одну особу (y, грн на рік): побудувати рівняння парної лінійної регресії, обчислити коефіцієнти кореляції, детермінації, еластичності та перевірити істотність зв’язку.

Дано (табл. 5.1): n = 23 регіони. Донецьку і Луганську області не враховано: їх наявний дохід охоплює лише підконтрольну територію, а у збірнику його поділено на чисельність населення всієї області, тому дохід на особу незіставний з іншими регіонами (як і в задачі 1).

Таблиця 5.1

Середньомісячна зарплата (x) і наявний дохід на особу (y) за регіонами, 2021 р., грн

Регіон	x	y	Регіон	x	y
Вінницька	12 488	81 970	Полтавська	12 988	92 260
Волинська	11 445	65 481	Рівненська	12 762	67 727
Дніпропетровська	13 669	107 671	Сумська	11 844	83 307
Житомирська	11 625	76 107	Тернопільська	11 595	65 084
Закарпатська	12 235	58 844	Харківська	12 051	88 863
Запорізька	13 782	93 475	Херсонська	11 398	73 624
Івано-Франківська	11 988	68 561	Хмельницька	12 326	75 606
Київська	14 290	96 293	Черкаська	11 965	76 673
Кіровоградська	11 180	73 146	Чернівецька	11 183	61 612
Львівська	12 530	85 195	Чернігівська	11 363	73 742
Миколаївська	13 807	81 870	м. Київ	20 558	211 620
Одеська	12 326	93 001			

Джерело: Регіони України 2021 [4, ч. 1, табл. 5.1.1, 5.1.3]

Параметри рівняння $\hat{y} = a + b \cdot x$ методом найменших квадратів і коефіцієнт кореляції:

$$b = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2} = \frac{1\,211\,013\,718}{82\,493\,824} = 14{,}680 \quad (5.1)$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} = 84\,857{,}9 - 14{,}680 \cdot 12\,669{,}5 = -101\,130{,}7 \quad (5.2)$$

$$r = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{(\sum(x - \bar{x})^2 \cdot \sum(y - \bar{y})^2)}} = 0{,}940; \quad R^2 = 0{,}884 \quad (5.3)$$

$$t = \frac{r\sqrt{(n - 2)}}{\sqrt{(1 - r^2)}} = 12{,}65; \quad E = b \cdot \frac{\bar{x}}{\bar{y}} = 2{,}19 \quad (5.4)$$

де $\bar{x}$ = 12 669,5 грн, $\bar{y}$ = 84 857,9 грн; суми квадратів відхилень $\Sigma(x - \bar{x})^2$ = 82 493 824, $\Sigma(y - \bar{y})^2$ = 20 109 735 636; n = 23.

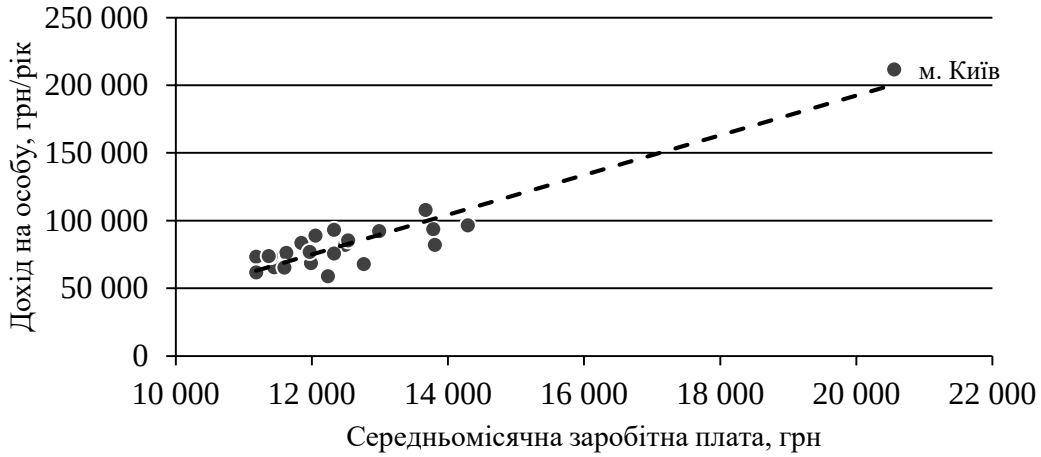

Рис. 5.1. Зарплата і наявний дохід на особу за регіонами, 2021 р.

Джерело: побудовано автором за [4]

Рівняння регресії (рис. 5.1): $\hat{y} = -101\,130{,}7 + 14{,}680 \cdot x$. Табличне значення t-критерію Стьюдента для $\alpha = 0{,}05$ і 21 ступеня свободи дорівнює 2,080; розрахункове 12,65 більше, тож зв'язок істотний.

Перевірка стійкості. Точка м. Києва (x = 20 558 грн, y = 211 620 грн) лежить далеко від решти. Без неї для 22 областей r = 0,69, b = 9,50, t = 4,25 при табличному 2,086 (20 ступенів свободи): зв'язок слабшає, але лишається прямим і статистично істотним.

Висновок. Між середньомісячною зарплатою і наявним доходом на особу існує прямий тісний зв'язок (r = 0,94): варіація зарплати пояснює 88,4 %

регіональної варіації доходу. Регіони з вищою на 1 грн середньомісячною зарплатою мають у середньому на 14,68 грн більший річний дохід на особу; за коефіцієнтом еластичності 2,19 вищій на 1 % зарплаті відповідає дохід, вищий у середньому на 2,19 %. Столиця посилює тісноту і нахил, проте і між областями без м. Києва зв’язок помітний (r = 0,69) та істотний.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Матковський С. О., Марець О. Р. Теорія статистики : навч. посіб. 2-ге вид., стер. Київ : Знання, 2010. 534 с.

2. Державна служба статистики України. Статистика праці : набір даних SDMX 25.0.0. URL: https://stat.gov.ua/sdmx/workspaces/default:integration/registry/sdmx/3.0/data/dataflow/SSSU/DF_ENTERPRISE_LABOR_STATISTICS/25.0.0/*?c[REGION]=UA00000000000000000&c[NACE]=_T

3. Інфляційний звіт. Липень 2026 року. Київ : Національний банк України, 2026. 56 с. URL: https://bank.gov.ua/admin_uploads/article/IR_2026-Q3.pdf

4. Регіони України 2021 : стат. зб. : у 2 ч. Ч. 1 / за ред. І. Є. Вернера ; Державна служба статистики України. Київ, 2022. 276 с. URL: https://stat.gov.ua/sites/default/files/2024-02/Статистичний%20збірник%20Регіони%20України%20книга%201.pdf

5. Робоча сила України 2021 : стат. зб. / за ред. А. Солоп ; Державна служба статистики України. Київ, 2022. 216 с. URL: https://stat.gov.ua/sites/default/files/2023-07/Статистичний%20збірник%20Робоча%20сила%E2%80%AFУкраїни%202021%20рік%E2%80%AF.pdf

6. World Bank. World Development Indicators : FP.CPI.TOTL.ZG, Ukraine. URL: https://data.worldbank.org/indicator/FP.CPI.TOTL.ZG?locations=UA